

## ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

## Ενότητα 1: Πραγματικοί αριθμοί

1. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

$$\begin{array}{llll} \alpha) (-2)^5 = & \beta) (-10)^3 = & \gamma) -5^2 = & \delta) 2^{-3} = \\ \epsilon) 5^{-2} = & \sigma\tau) (-10)^{-2} = & \zeta) \left(\frac{2}{3}\right)^3 = & \eta) \left(+\frac{3}{8}\right)^{-1} = \\ \theta) \left(-\frac{4}{7}\right)^{-2} = & \iota) (-7+3)^{-2} = & \omega\alpha) [(-2)^3]^2 = & \omega\beta) 2^6 \cdot 5^6 = \end{array}$$

2. Να γράψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε μορφή μίας δύναμης ή γινόμενου δυνάμεων:

α) $\chi \cdot \chi$	β) $\psi^7 \div \psi^3$	γ) $(-5)^7 \div (-5)^{-2}$
δ) $(4 \cdot 4^8) \div 4^3$	ε) $\left(3^6 \cdot \frac{1}{81} \cdot 9\right) \div 3^{-5}$	στ) $(-7)^4 \cdot (+7)^5 \cdot (+7)$
ζ) $(-5)^{-3} \cdot (+5)^{-4} \div \left(-\frac{1}{5}\right)^5$	η) $(\beta^3)^4$	θ) $[(-11)^4]^6$
ι) $(-8) \cdot 4^{-3} \cdot \frac{1}{16} \cdot (-2)^5$	ωα) $[(-2)^3 \cdot (-2)^8]^{-2}$	ωβ) $\frac{(\alpha^3)^5 \cdot \alpha^3}{\alpha^{-6}}$
ιγ) $(\alpha^{-5} \cdot \beta^2)^3$	ιδ) $(\chi^{-5} \cdot \psi^3 \cdot \omega^2)^{-2}$	ιε) $2 \cdot (5^3)^7 \cdot 5^{-18} + 3 \cdot 5^3$
ιστ) $2^2 \cdot 2^5 + 3 \cdot (2^5)^2 \cdot 2 \div 2^4$	ιζ) $9 \cdot 3^{-1} \cdot 27 + 2 \cdot (3^2)^2$	
ιη) $8 \cdot 3^{13} \div 3^7 + 4 \cdot (3^{-2})^{-3} - 2 \cdot 3^4 \div 3^{-2} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-6}$		

3. Να υπολογίσετε με χρήση εξίσωσης την τιμή της μεταβλητής  $\chi$ .

$$\alpha) (5^3)^\chi \div 5^6 = 1 \qquad \beta) [(-2)^\chi \cdot (-2)^4]^3 = (-2)^{27}$$

4. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

$$\begin{array}{l} \alpha) 4 - 3 \cdot 5^2 + 10^2 - 9 \cdot (-2)^3 + 2021^0 = \\ \beta) \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} + 8^0 - 1^{32} + \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} = \\ \gamma) (+4)^{15} : (+4)^{14} - (-5)^{-2} \cdot (-5)^2 + \left(-\frac{1}{8}\right)^7 \cdot (-8)^7 = \end{array}$$

5. Αν  $\alpha = -2$  και  $\beta = 5$  να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \alpha^{-2} - \alpha \cdot \beta + 3 \cdot (\alpha + \beta)^{-1}$$

6. Να υπολογίσετε τους αριθμούς :

$$\begin{array}{lllll} \alpha) \sqrt{16} = & \beta) \sqrt{81} = & \gamma) \sqrt[3]{8} = & \delta) \sqrt{\frac{4}{9}} = & \epsilon) \sqrt{160000} = \\ \sigma\tau) \sqrt{4900} = & \zeta) \sqrt{1,21} = & \eta) \sqrt[3]{64} = & \theta) \sqrt{(-29)^2} = & \iota) \sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \\ \ια) (\sqrt[3]{19})^3 = & \ιβ) \sqrt[3]{1000} = & \ιγ) \sqrt[3]{0,008} = & \ιδ) \sqrt{1,44} = & \ιε) \sqrt[3]{5.5.5} = \end{array}$$

7. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων :

$$\begin{array}{lll} \alpha) \sqrt{7 + \sqrt[3]{8}} = & \beta) \sqrt[3]{125} + \sqrt{(-5)^2} + \sqrt[3]{5^3} = & \gamma) \sqrt[3]{9 + 9 + 9} = \\ \delta) \sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{4}}}} = & \epsilon) 3(\sqrt{7})^2 + \sqrt[3]{125} - 2\sqrt{9} = & \sigma\tau) \sqrt{80 + \sqrt[3]{7 - \sqrt{36}}} = \\ \zeta) \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = & \eta) \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}} = & \theta) \frac{\sqrt[3]{18} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{2}} = \\ \iota) \sqrt[3]{2^3 \cdot 4^3} = & \ια) (3\sqrt{20})(4\sqrt{5}) = & \ιβ) \sqrt{2}(\sqrt{18} - \sqrt{72}) = \\ \ιγ) \sqrt{24} \div \sqrt{6} - \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{4} = & \ιδ) \sqrt[3]{\frac{\sqrt{500}}{\sqrt{5}} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{32} + (-3)^2} = & \ιε) \frac{\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt[3]{40}}{\sqrt[3]{5}}} = \end{array}$$

8. Αν  $\alpha = 3$  και  $\beta = 27$ , να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

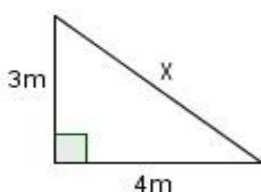
$$A = \sqrt{27\alpha} - (\sqrt{\alpha})^2 + \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$$

9. Αν  $\alpha = -3$  και  $\beta = -2$ , να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της

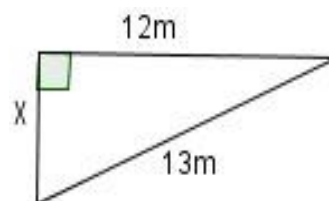
παράστασης:  $A = \frac{\alpha^3 + 5\alpha\beta - 2\beta^2}{\sqrt{\alpha^2 + 4\beta}}$

10. Στα πιο κάτω σχήματα να υπολογίσετε την τιμή του  $x$ .

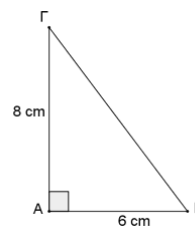
α)



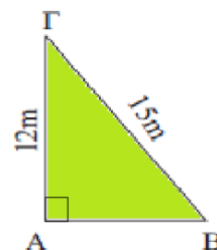
β)



11. Να υπολογίσετε την πλευρά ΒΓ στο διπλανό σχήμα:

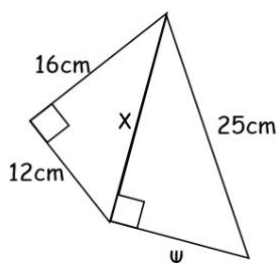


12. Ένας άνθρωπος θέλει να αγοράσει το οικοπέδο του σχήματος. Αν το ένα τετραγωνικό μέτρο κοστίζει €900, πόσα χρήματα πρέπει να πληρώσει για την αγορά του οικοπέδου;

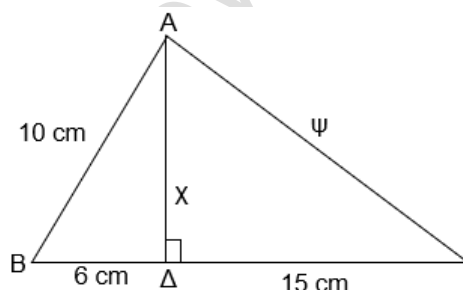


13. Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε τις τιμές των  $\chi$  και  $\psi$ .

α)



β)



14. Αν  $\alpha = \sqrt{3 - \sqrt{7 - \sqrt{9}}}$ ,  $\beta = \sqrt{\sqrt{81}}$  και  $\gamma = \sqrt{9 - \sqrt{21 + \sqrt{16}}}$  τότε:

α) Να υπολογίσετε τους αριθμούς  $\alpha, \beta, \gamma$ .

β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο με πλευρές  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι ορθογώνιο.

15. Να χαρακτηρίσετε με Σ ( Σωστό ) ή Λ ( Λάθος ) τις πιο κάτω προτάσεις :

α) Αν  $\chi, \psi, \zeta$  είναι οι πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου και ισχύει

$$\chi^2 = \psi^2 - \zeta^2, \text{ τότε η πλευρά } \psi \text{ είναι η υποτείνουσα.}$$

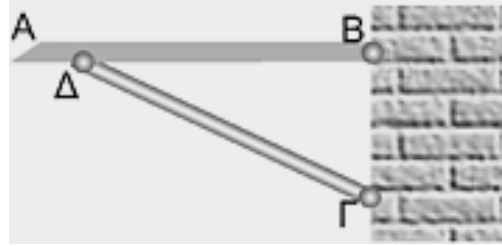
β) Αν  $AB\Gamma$  ορθογώνιο τρίγωνο με  $\hat{B} = 90^\circ$ , τότε  $(B\Gamma)^2 = (AB)^2 + (A\Gamma)^2$ .

γ) Ισχύει  $\sqrt{(-\chi)^2} = |\chi|$  για οποιοδήποτε ρητό  $\chi$ .

δ) Ισχύει  $\sqrt{\alpha + \beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$  όταν  $\alpha \geq 0$  και  $\beta \geq 0$ .

ε) Ισχύει  $(10\sqrt{2})^2 = 200$ .

16. Ένας μαθητής δίπλα από το γραφείο του στον κατακόρυφο τοίχο, τοποθέτησε ένα ράφι με μεταλλικό στήριγμα για να βάλει επάνω την κεντρική μονάδα του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Αν το στήριγμα  $\Gamma\Delta$  έχει μήκος 26 cm, η κατακόρυφη απόσταση  $B\Gamma$  είναι 10 cm και τα σημεία  $B, \Delta$  απέχουν 24 cm, να εξετάσετε αν το ράφι είναι οριζόντιο.



17. Να βάλετε  $\chi$  ή  $\surd$  στην κατάλληλη στήλη

Αριθμός	Φυσικός $\mathbb{N}$	Ακέραιος $\mathbb{Z}$	Ρητός $\mathbb{Q}$	Άρρητος $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$	Πραγματικός $\mathbb{R}$
7					
1,25					
$-\sqrt{9}$					
$\sqrt{6}$					
$\frac{12}{7}$					

## Ενότητα 2: Αλγεβρικές παραστάσεις

1. Ποιες από τις παρακάτω αλγεβρικές παραστάσεις είναι μονώνυμα :

α)  $5\chi + 3\psi$  , β)  $5\chi^2\psi$  , γ)  $4\chi^3 - 2\chi + \psi$  , δ)  $\frac{3}{2}\chi\psi^3\omega^5$  , ε)  $6\psi^3 + 3\chi\omega$

2. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

Μονώνυμο	Συντελεστής	Κύριο Μέρος	Βαθμός
$-2\beta^3\psi^2$			
$\frac{\alpha\gamma^7}{8}$			
	-5	$\alpha^5\beta$	

3. Να αντιστοιχίσετε κάθε έκφραση της πρώτης στήλης με μια της δεύτερης στήλης:

1η Στήλη	2η Στήλη
1) $\chi(\chi + 2)$	α) $\chi^2 - 2\chi$
2) $(\chi + 2)(\chi - 2)$	β) $\chi^2 + 2$
3) $\chi(\chi - 2)$	γ) $\chi^2 + 4\chi + 4$
4) $(\chi + 2)(2 + \chi)$	δ) $\chi^2 + 2\chi$
5) $(\chi + 2)(\chi + 1)$	ε) $\chi^2 - 4$
	ζ) $\chi^2 + 3\chi + 3$
	η) $\chi^2 + 3\chi + 2$

1.	2.	3.	4.	5.

4. Να κάνετε τις πράξεις :

α)  $-14\chi + 6\alpha + 5\chi - 2\alpha$

β)  $2\chi\psi - 8\chi^2 + 5\chi^2 - \chi\psi$

γ)  $3\chi + (4\chi - \psi) + (2\psi - 5\chi)$

δ)  $\chi \cdot (\chi^2 - 2\chi + 2)$

ε)  $(-5\alpha^4 + 2\alpha - 3)(-2\alpha^2)$

στ)  $-\frac{1}{2}\chi \cdot (-4\chi\psi + 28\chi^{28} - 12)$

ζ)  $(\chi - 1)(\chi - 5)$

η)  $(\chi + 1)(2\chi - 3)$

θ)  $(1 - 3\chi)(\chi^2 + \chi + 4)$

ι)  $(\chi + 1)(\chi - 1)(\chi + 3)$

ια)  $(8\chi^2 - 14\chi + 4\chi^4) : (-2\chi)$

ιβ)  $(6\psi^5 + 9\psi^3 - 3\psi^2) : (-3\psi^2)$

ιγ)  $\frac{5\chi\psi^2 - 4\chi^3\psi}{\chi\psi}$

ιδ)  $\frac{16\chi^4\psi^3 - 8\chi^3\psi + 4\chi\psi}{-4\chi^2\psi}$

5. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) 5\alpha^2\beta^3 - (4\alpha^2 - 3\beta^3\alpha^2) + 2\alpha^2 \quad \beta) 5\chi(\chi^2 - \chi + 2) - 2(4\chi - 6)$$

$$\gamma) (\alpha^2 - 3)(\alpha - 2) - (\alpha + 5)(2\alpha - 3) \quad \delta) (\alpha - 3)(\alpha - 1) - (\alpha - 4)^2$$

$$\epsilon) 16\chi\psi(\chi^2 - \psi) - (32\chi^4\psi^2) \div (8\chi\psi) - \chi(4\psi)^2$$

$$\sigma\tau) 2\chi(3\chi - 2\psi) - (4\chi + \psi)(-3\chi\psi) - 2(\chi^2 - 2\psi^2)$$

6. Να κάνετε τις διαιρέσεις:

$$\alpha) (\chi^2 + 7\chi + 12) \div (\chi + 3) \quad \beta) (\chi^2 - 10\chi + 20) \div (\chi - 5)$$

$$\gamma) \frac{\chi^2 - 6\chi + 8}{\chi - 2} \quad \delta) (4\chi^2 + 9 - 12\chi) \div (2\chi - 3)$$

7. Ο ένας παράγοντας του πολυώνυμου  $2\chi^2 + 7\chi - 15$  είναι το  $2\chi - 3$ . Να βρείτε τον άλλο παράγοντα.

8. Να βρείτε το πολυώνυμο το οποίο όταν διαιρεθεί με το  $2\psi + 4$  δίνει πηλίκο  $2\psi^2 - 3\psi + 5$  και αφήνει υπόλοιπο 3.

9. Να αποδείξετε τις πιο κάτω ταυτότητες:

$$\alpha) (\alpha + 1)^2 - \alpha(\alpha + 2) = 1 \quad \beta) (\chi + \psi)^2 - (\chi - \psi)^2 = 4\chi\psi$$

$$\gamma) (\chi + \psi)^2 - (\chi - \psi)(\chi + \psi) = 2\psi(\chi + \psi) \quad \delta) (2\alpha - 3)^2 - 4\alpha(\alpha - 3) - \alpha^2 = (3 - \alpha)(3 + \alpha)$$

10. α) Να απλοποιήσετε την παράσταση  $A$ :  $A = (\chi + 3)^2 - (3\chi - 2)(3\chi + 2)$   
β) Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης  $A$  αν  $\chi = 2$

11. Δίνονται τα πολυώνυμα:  $A = 2\chi^2 - 9\chi + 4$ ,  $B = \chi + 3$  και  $\Gamma = 2\chi - 1$   
Να υπολογίσετε: α)  $A + B - \Gamma$  β)  $B^2 - 2\chi \cdot \Gamma$  γ)  $A \div \Gamma$

12. Δίνονται τα πολυώνυμα:  $p(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 1$ ,  $q(x) = 2x^2 + 5x - 3$  και  $r(x) = 2x - 1$ . Να υπολογίσετε:

$$\alpha) p(-2) \quad \beta) p(x) - q(x) + 4 \cdot r(x) \quad \gamma) r(x) \cdot q(x) \quad \delta) q(x) \div r(x)$$

13. Δίνονται τα πολυώνυμα  $p(x) = x^2 - 3x$  και  $r(x) = 4x - 3$ .

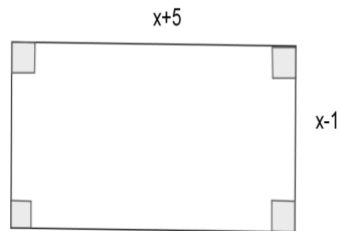
$$\text{Να βρείτε: } \alpha) p(x) - r(x) \quad \beta) p(-1) + r(2) \quad \gamma) 2p(x) - x \cdot r(x)$$

14. Δίνονται τα μονώνυμα  $A = \frac{1}{4}\chi^6\psi^5$  και  $B = -\frac{1}{2}\chi^4\psi^2$

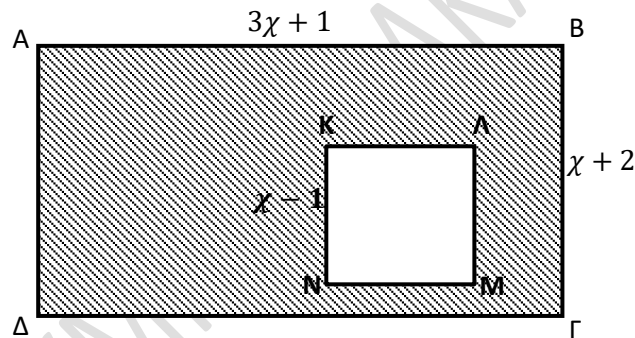
α) Να βρείτε το πηλίκο  $\frac{A}{B}$ .

β) Αν το μονώνυμο  $8\chi^{\mu-3}\psi^{2\lambda+1}$  είναι όμοιο με το πιο πάνω πηλίκο να βρείτε τις τιμές των  $\mu$  και  $\lambda$ .

15. Να βρείτε τα πολυώνυμα  $E(x)$  και  $\Pi(x)$  τα οποία εκφράζουν το εμβαδόν και την περίμετρο του πιο κάτω ορθογωνίου.



16. Στο πιο κάτω σχήμα το  $ΑΒΓΔ$  είναι ορθογώνιο με διαστάσεις  $(3\chi + 1)cm$  και  $(\chi + 2)cm$  και το  $ΚΛΜΝ$  είναι τετράγωνο με πλευρά  $(\chi - 1)cm$ .



i. Να βρείτε και να απλοποιήσετε την αλγεβρική παράσταση που εκφράζει το εμβαδόν:

- του ορθογωνίου  $ΑΒΓΔ$
- του τετραγώνου  $ΚΛΜΝ$
- της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας

ii. Αν  $\chi = 4cm$ , να υπολογίσετε το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν.

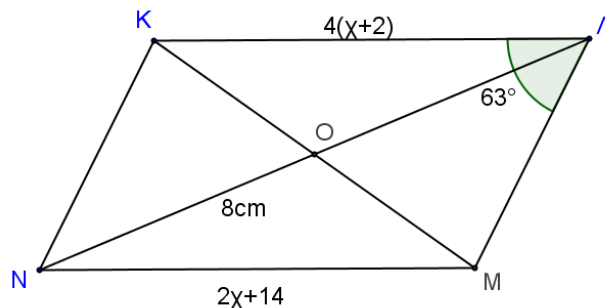
## Ενότητα 3: Γεωμετρία

1. Σε κάθε σχήμα της στήλης Α να αντιστοιχίσετε τη σωστή ιδιότητα που αναγράφεται στη στήλη Β.

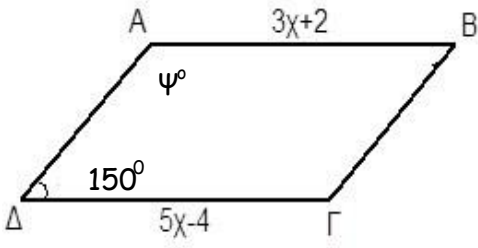
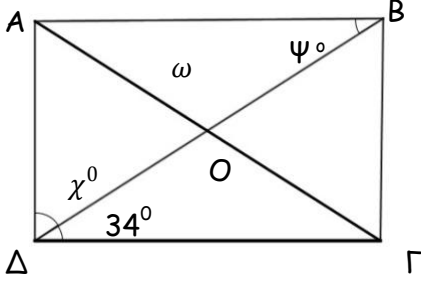
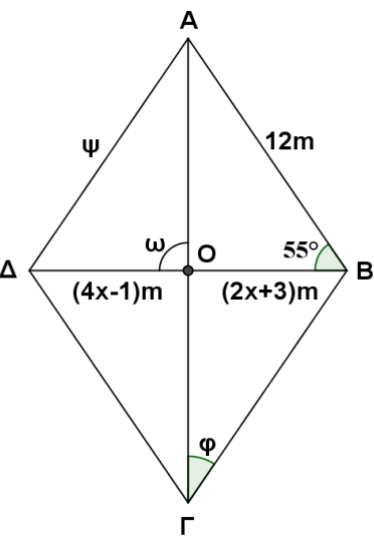
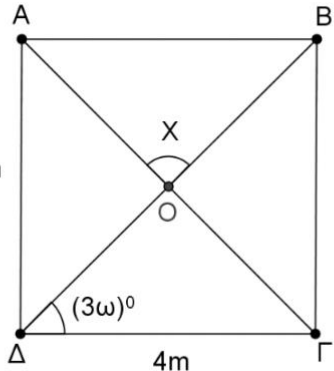
ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1) Παραλληλόγραμμο	α) Οι διαγώνιοι είναι άνισες, τέμνονται κάθετα και διχοτομούνται
2) Ορθογώνιο	β) Οι διαγώνιοι είναι ίσες, τέμνονται κάθετα και διχοτομούνται
3) Ρόμβος	γ) Οι διαγώνιοι είναι άνισες και διχοτομούνται
4) Τετράγωνο	δ) Οι διαγώνιοι είναι ίσες και διχοτομούνται

1.	2.	3.	4.

2. Δίνεται το παραλληλόγραμμο ΚΛΜΝ με  $ΚΛ=4(\chi+2)$ ,  $ΜΝ=2\chi+14$ ,  $ΝΟ=8\text{cm}$  και  $\widehat{ΚΛΜ} = 63^\circ$ . Να βρείτε τα ακόλουθα δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας
- την τιμή του  $\chi$
  - το μέτρο της γωνίας  $\widehat{ΛΜΝ}$
  - το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΟΛ.



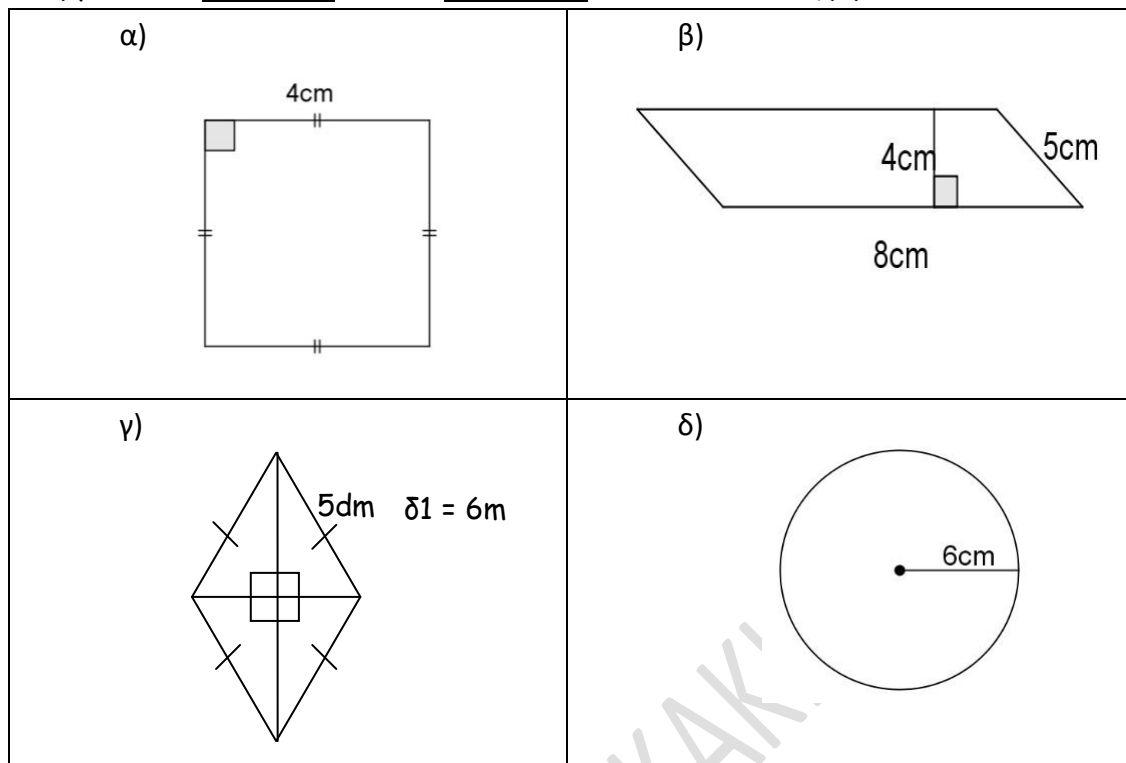
3. Στα πιο κάτω τετράπλευρα να υπολογίσετε τα  $\chi$ ,  $\psi$ ,  $\varphi$  και  $\omega$ .  
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

<p>α) ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο</p> 	<p>β) ΑΒΓΔ ορθογώνιο</p>  <p style="text-align: center;">ΑΓ=10 cm</p>
<p>γ) ΑΒΓΔ ρόμβος</p> 	<p>δ) ΑΒΓΔ τετράγωνο</p> 

4. Να γράψετε δίπλα από κάθε σχέση ανάλογα τη λέξη «ορθό» ή «λάθος».

α) Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι ίσες	
β) Οι διαγώνιοι του παραλληλογράμμου διχοτομούν τις γωνίες του	
γ) Το τετράγωνο έχει όλες τις ιδιότητες του ρόμβου	
δ) Οι διαγώνιοι του ορθογωνίου τέμνονται κάθετα	

5. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο των πιο κάτω σχημάτων.



6. Ορθογώνιο έχει περίμετρο 32 cm. Αν το μήκος του είναι τριπλάσιο του πλάτους του, να βρείτε το εμβαδόν του.

7. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και το μήκος κύκλου με ακτίνα 8cm.

8. Δίνεται κύκλος με διάμετρο 20dm. Να βρείτε:

α) το μήκος του

β) το εμβαδόν του

γ) το μήκος τόξου με επίκεντρη γωνία  $45^\circ$

δ) το εμβαδόν κυκλικού τομέα με επίκεντρη γωνία  $120^\circ$ .

(να δώσετε τις απαντήσεις σας συναρτήσει του  $\pi$ )

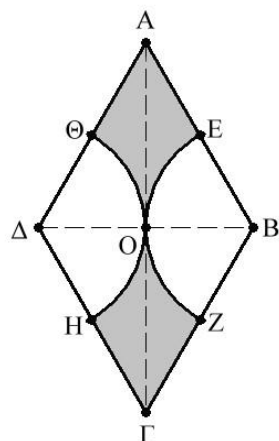
9. Κύκλος έχει μήκος  $18\pi$  m. Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα με επίκεντρη γωνία  $80^\circ$ .

10. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα επίκεντρης γωνίας  $36^\circ$  ισούται με  $5\pi \text{ cm}^2$ . Να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου στον οποίο ανήκει ο κυκλικός τομέας. Να δώσετε την απάντησή σας συναρτήσει του  $\pi$ .

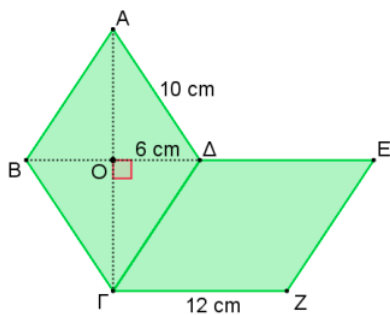
11. Ορθογώνιο έχει περίμετρο 44cm και είναι ισεμβαδικό με ρόμβο. Αν το μήκος του ορθογωνίου είναι κατά 4cm μεγαλύτερο από το διπλάσιο του πλάτους του και η μία διαγώνιος του ρόμβου είναι ίση με 12cm, να υπολογίσετε:

- α) το εμβαδόν του ορθογωνίου και
- β) την περίμετρο του ρόμβου.

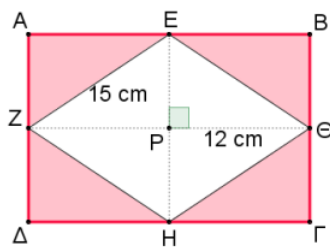
12. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ρόμβος  $AB\Gamma\Delta$  με πλευρά  $AB = 5\text{cm}$ ,  $\Delta B = 6\text{cm}$  και γωνία  $B = 100^\circ$ . Τα τόξα  $EOZ$  και  $HO\Theta$  έγιναν με κέντρα  $B$  και  $\Delta$  αντίστοιχα. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



13. Να βρείτε το εμβαδόν των πιο κάτω σκιασμένων σχημάτων:  
 (α) (β)



$AB\Gamma\Delta$  ρόμβος  
 $\Gamma\Delta E Z$  παραλληλόγραμμο

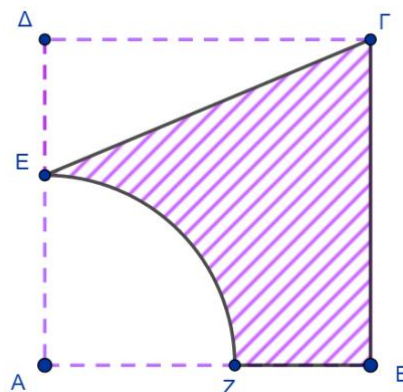


$AB\Gamma\Delta$  ορθογώνιο  
 $E\Theta H Z$  ρόμβος

14. Στο πιο κάτω σχήμα το  $AB\Gamma\Delta$  είναι τετράγωνο πλευράς 12cm και το  $AZE$  είναι τεταρτοκύκλιο με κέντρο  $A$  και ακτίνα  $EA = 7\text{cm}$ .

Να υπολογίσετε:

- α) το εμβαδό της σκιασμένης περιοχής
- β) την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής

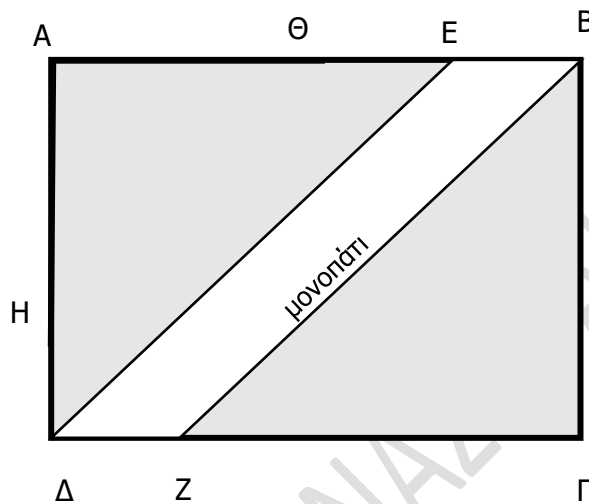


15. Ένα πάρκο σε σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ( $ΑΒΓΔ$ ) με διαστάσεις  $ΑΒ=72m$  και  $ΒΓ=50m$ , διασχίζεται από ένα μονοπάτι σε σχήμα παραλληλογράμμου ( $ΕΒΖΔ$ ). Στο άκρο  $A$  του πάρκου, θα τοποθετηθεί ένας προβολέας ο οποίος θα φωτίζει κυκλικό τομέα ακτίνας  $30m$ .

Αν ξέρουμε ότι το εμβαδόν του παραλληλογράμμου  $ΕΒΖΔ$  είναι το ένα τέταρτο του εμβαδού του ορθογωνίου  $ΑΒΓΔ$ , να υπολογίσετε:

- το μήκος του τόξου  $ΗΘ$  που θα σχηματίζει το φως του προβολέα.
- το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας του σχήματος.

Οι απαντήσεις σας μπορούν να δοθούν συναρτήσει του

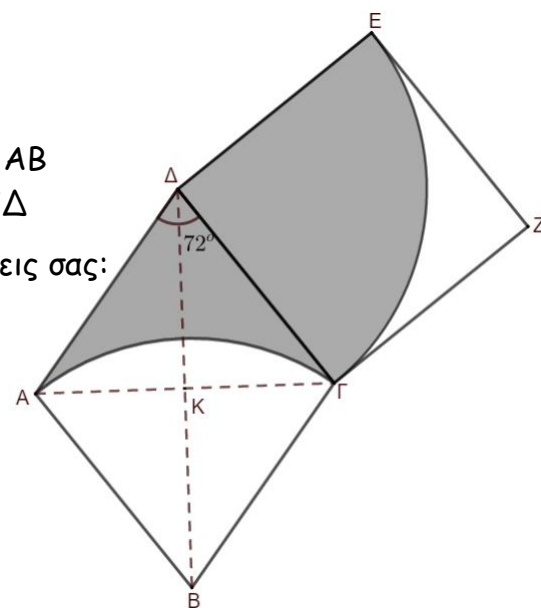


16. Στο διπλανό σχήμα δίνονται:

- $ΑΒΓΔ$  ρόμβος με κέντρο το σημείο  $K$ , διαγώνιο  $ΒΔ$  ίση με  $16m$  και γωνία  $ΑΔΓ$  ίση με  $72^\circ$
- $ΓΔΕΖ$  τετράγωνο με περίμετρο  $40m$
- $ΑΒΓ$  κυκλικός τομέας με κέντρο το σημείο  $B$  και ακτίνα  $ΑΒ$
- $ΕΔΓ$  τεταρτοκύκλιο με κέντρο το σημείο  $Δ$  και ακτίνα  $ΓΔ$

Να υπολογίσετε τα πιο κάτω, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας:

- Τις γωνίες  $ΑΒΓ$ ,  $ΓΚΔ$  και  $ΑΔΒ$ .
- Τα ευθύγραμμα τμήματα  $ΔΚ$ ,  $ΑΓ$  και  $ΑΒ$ .
- Το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.
- Την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.  
(Οι απαντήσεις να δοθούν συναρτήσει του  $\pi$ ).



17. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ρόμβος  $AB\Gamma\Delta$  με  $A\Gamma = 32\text{ cm}$ ,  $BH = \Delta Z = 8\text{ cm}$  και γωνία  $\Delta\hat{\Gamma}B = 30^\circ$ .

Το  $E\Theta\Delta$  είναι ημικύκλιο, το  $\Gamma ZH$  είναι κυκλικός τομέας με κέντρο  $\Gamma$  και ακτίνα  $\Gamma H$  και το  $\Delta E\Lambda$  είναι τεταρτοκύκλιο με κέντρο  $\Delta$  και ακτίνα  $\Delta\Lambda$ .

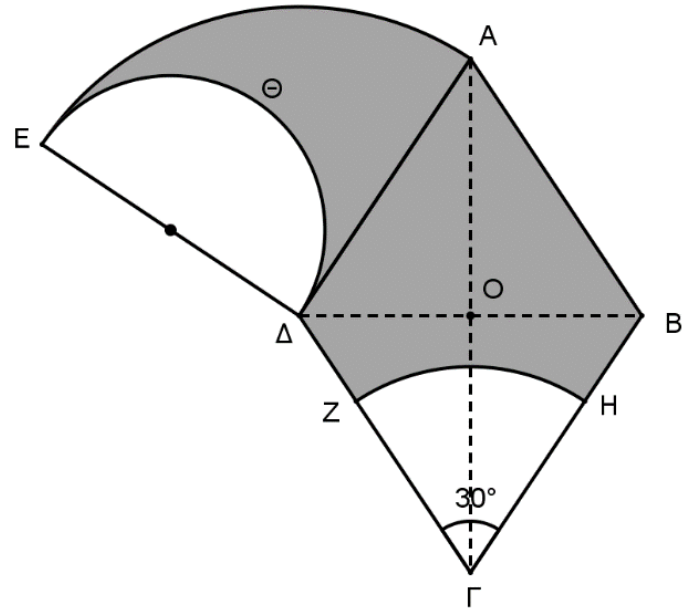
Αν η περίμετρος του ρόμβου είναι  $\Pi = 80\text{ cm}$ ,

α) Να δείξετε ότι:

- i.  $A\Delta = 20\text{ cm}$  και
- ii.  $B\Delta = 24\text{ cm}$ .

β) Να βρείτε:

- i. το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας και
- ii. την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



(Οι απαντήσεις μπορούν να δοθούν και συναρτήσει του  $\pi$ ).

### Ενότητα 4: Εξισώσεις - Ανισώσεις α΄ Βαθμού

1. Να γράψετε δίπλα από κάθε σχέση ανάλογα τη λέξη «ορθό» ή «λάθος».

α) Αν $x > 4$ τότε $\frac{x}{-3} > \frac{4}{-3}$	
β) Αν $\alpha > \beta$ τότε $\alpha - 7 > \beta - 7$	
γ) Αν $\alpha > 5$ τότε $-\alpha < -5$	
δ) Αν $\alpha \leq \beta$ τότε $-\alpha \leq -\beta$	

2. Να επιλύσετε τις ανισώσεις και να παραστήσετε τη λύση γραφικά πάνω στην ευθεία των ρητών αριθμών.

α)  $5x - 6 \leq 3x + 12$

β)  $7x - 3(2x - 5) > 20$

γ)  $\frac{5x-7}{2} - \frac{2x+7}{3} \leq 3x - 14$

δ)  $\frac{3(2x-1)}{2} - \frac{2(3-2x)}{3} < \frac{3-4x}{6}$

3. Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Ανίσωση	Γραφική αναπαράσταση	Διάστημα
		$x \in [-1, 5]$
$x > 3$		

4. Δίνεται η ανίσωση  $5x - 6(x + 5) \leq 2(x + 5) - (4 - x)$ .

α) Να λύσετε την ανίσωση και να παραστήσετε γραφικά τη λύση της στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.

β) Να γράψετε τις τρεις μικρότερες ακέραιες λύσεις της ανίσωσης.

5. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων.

α)  $3(x + 2) > x + 12$  και  $2(x - 5) < 2 - (5 - x)$

β)  $4(x + 4) + x + 1 > 2(4x - 5)$  και  $6(11 - x) \leq 4(x - 2) - 3(x + 1)$

γ)  $\frac{4(x-5)}{5} - 1 < \frac{7x}{10} - \frac{18}{5}$  και  $\frac{x+3}{2} - \frac{27}{5} > \frac{3x-1}{20} - \frac{x}{5}$

6. Η εταιρεία πετρελαιοειδών «Πετρόικα» προτείνει στους νέους πελάτες της τα εξής πακέτα για το πετρέλαιο θέρμανσης:

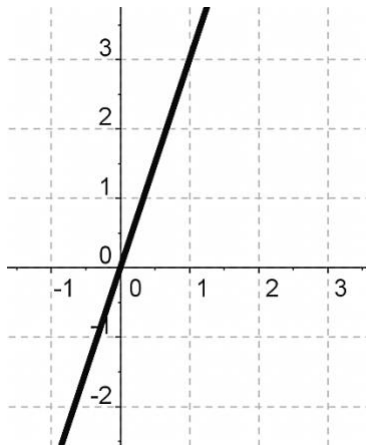
A Πακέτο : κόστος μεταφοράς 80 € και χρέωση 0,58 € ανά λίτρο
B Πακέτο : χρέωση 0,60 € ανά λίτρο χωρίς κόστος μεταφοράς

Από πόσα λίτρα και πάνω συμφέρει η επιλογή του A πακέτου;

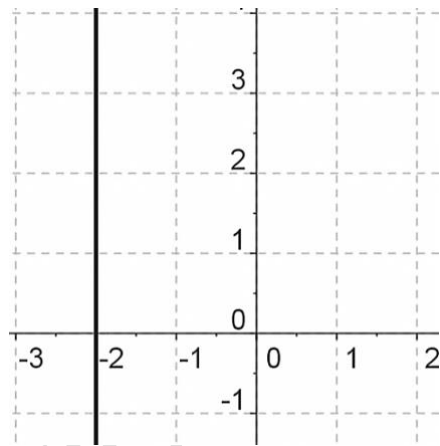
## Ενότητα 5: Συναρτήσεις

1. Να βρείτε τους τύπους των ευθειών στις πιο κάτω γραφικές παραστάσεις:

α)



β)



2. α) Να βρείτε τις συντεταγμένες

των σημείων Α, Β και Γ.

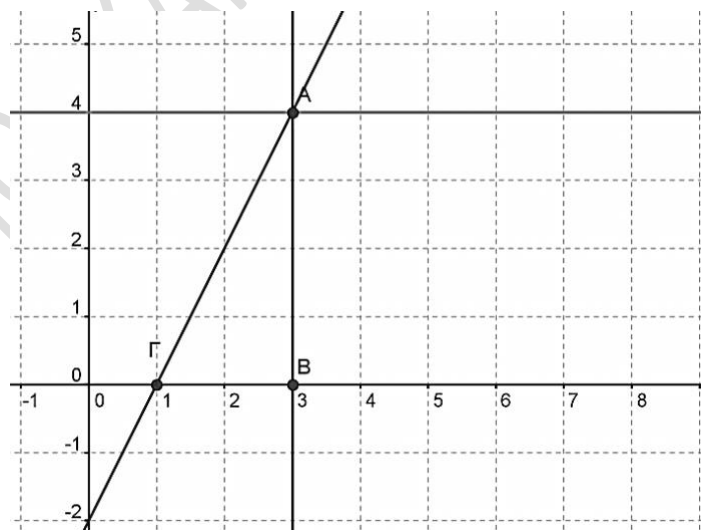
β) Στη συνέχεια να βρείτε τους

τύπους των ευθειών ΑΒ, ΒΓ

και ΑΓ.

γ) Ακολουθώντας να βρείτε το

εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.



3. Να βρείτε την κλίση των πιο κάτω ευθειών:

α)  $\psi = 3\chi - 6$                        $\lambda = \dots\dots$

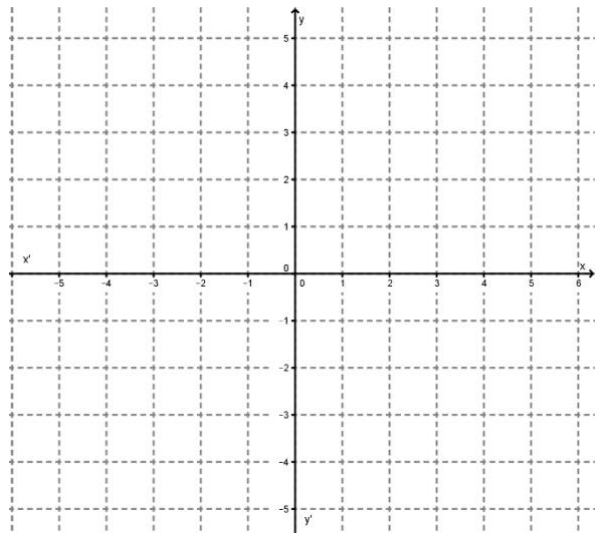
β)  $\psi = 4 - \chi$                          $\lambda = \dots\dots\dots$

γ)  $\psi = -2$                                $\lambda = \dots\dots\dots$

δ)  $\chi = 4$                                  $\lambda = \dots\dots\dots$

ε)  $3\psi = 9 - 6\chi$                        $\lambda = \dots\dots\dots$

4. α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας με κλίση  $\lambda = -2$  και περνά από το σημείο  $(-2, 1)$ .
- β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία  $A(0, 5)$  και  $B(-2, 9)$ .
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία  $(0, 0)$  και  $(2, 10)$ .
5. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο  $(-1, 3)$  και έχει την ίδια κλίση με την ευθεία  $2x - y = 5$ .
6. Η τηλεφωνική εταιρεία η PRIMENET χρεώνει με πάγιο 500 σεντ το μήνα και 10 σεντ το κάθε λεπτό τηλεφωνικής κλήσης.
- α) Να βρείτε το συνολικό κόστος  $\psi$  που χρεώνει η εταιρεία ως συνάρτηση των λεπτών  $x$  τηλεφωνικής κλήσης στη μορφή  $\psi = ax + b$ .
- β) Αν κάποιος χρεώθηκε 13 € το περασμένο μήνα πόσα λεπτά μίλησε στο τηλέφωνο συνολικά.
7. Δίνεται η ευθεία  $(\epsilon_1)$ :  $4x - 2y = 8$ . Να βρείτε:
- (α) το σημείο τομής της ευθείας  $(\epsilon_1)$  με τον άξονα  $x'x$
- (β) το σημείο τομής της ευθείας  $(\epsilon_1)$  με τον άξονα  $y'y$
- (γ) να παραστήσετε γραφικά την ευθεία  $(\epsilon_1)$ .

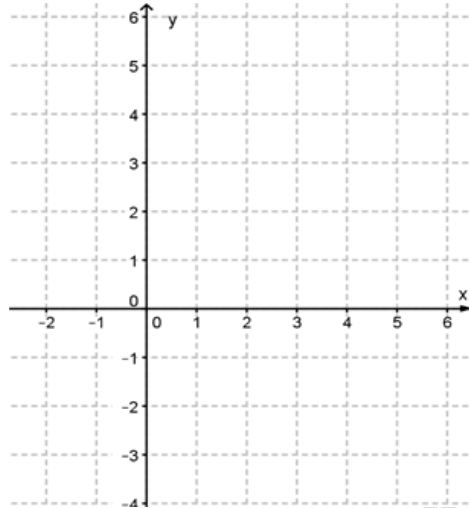


8. Δίνονται οι ευθείες  $\epsilon_1: 4y - 3x = 0$ ,  $\epsilon_2: y = 3$  και  $\epsilon_3: x = 5$ .

(α) Να βρείτε την κλίση τους.

(β) Να παραστήσετε γραφικά τις ευθείες στο ίδιο ορθογώνιο σύστημα αξόνων.

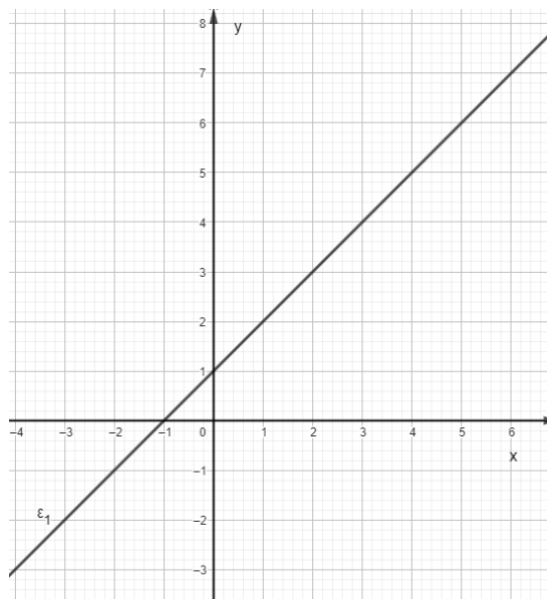
(γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του τετραπλεύρου που σχηματίζεται από τις ευθείες  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\epsilon_3$  και τον άξονα των  $x$ .



9. α) Να βρείτε την κλίση και την εξίσωση της ευθείας ( $\epsilon_1$ ) στο πιο κάτω διάγραμμα.

β) Να γίνει η γραφική παράσταση της ευθείας ( $\epsilon_2$ ):  $x = 2$  στο ίδιο σύστημα αξόνων και να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που περικλείεται από τις ευθείες ( $\epsilon_1$ ), ( $\epsilon_2$ ) και τον άξονα των  $x$ .

γ) Για ποια τιμή του  $\mu$  το σημείο  $\left(\frac{2\mu+1}{3}, \mu-1\right)$  ανήκει στην ευθεία ( $\epsilon_1$ ).



**Ενότητα 7: ΕΥΘΕΩΣ - ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ**

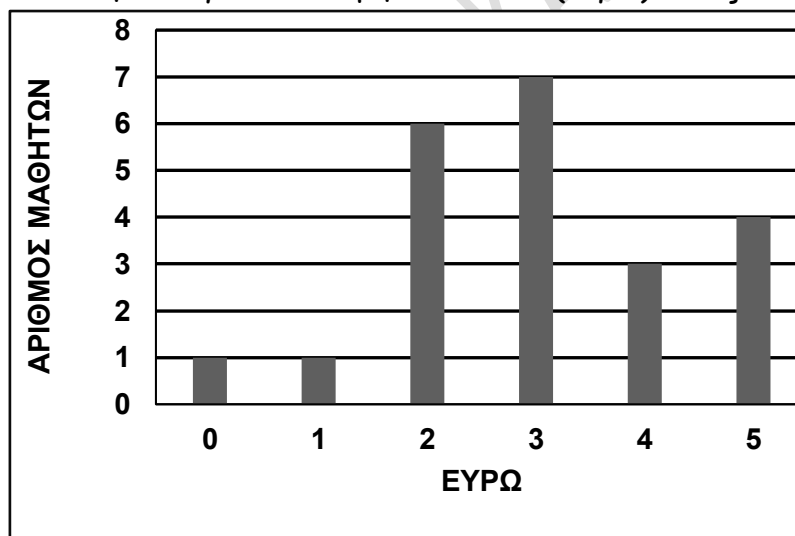
1. Ένα συνεργείο από 12 εργάτες στρώνει  $60\text{m}^2$  δρόμου την ημέρα. Αν αυξήσουμε τους εργάτες του συνεργείου κατά 8, πόσα τετραγωνικά μέτρα δρόμου θα στρώσουν σε μία μέρα;  
(με την ίδια απόδοση και με τις ίδιες ώρες εργασίας)
2. Με 3 φλυτζάνια αλεύρι φτιάχνουμε 18 ψωμάκια. Να υπολογίσετε πόσα φλυτζάνια αλεύρι θα χρειαστούμε, για να φτιάξουμε 48 ψωμάκια.
3. Αν τα ποσά A και B στον πίνακα είναι ευθέως ανάλογα, να συμπληρώσετε τα κενά.

A	3	4	5,5	
B	9			21

4. Σε μία κατασκήνωση υπάρχουν 120 παιδιά. Για το πρωινό 8 παιδιών χρειάζονται 2 λίτρα γάλα. Πόσα λίτρα γάλα χρειάζονται για όλα τα παιδιά της κατασκήνωσης;
5. Ένας οδηγός ταξί, οδήγησε για 30 λεπτά με σταθερή ταχύτητα και διάνυσε 50 χιλιόμετρα. Αν συνεχίσει για ακόμα το  $\frac{2}{5}$  της αρχικής του απόστασης, πόσο συνολικά χρόνο θα χρειαστεί;

### Ενότητα 8: Στατιστική - Πιθανότητες

6. Η βαθμολογία στα 5 μαθήματα ενός μαθητή Γ΄ Γυμνασίου είναι:  
5, 14, 13, 14, και 19.  
Να υπολογίσετε: (α) τη μέση τιμή, (β) τη διάμεσο και (γ) την επικρατούσα τιμή.
7. Πιο κάτω δίνονται οι θερμοκρασίες για 10 μέρες τον Ιανουάριο  
18, 19, 16, 13, 15, 18, 23, 17, 18, 20  
Να βρείτε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή των θερμοκρασιών.
8. Ένας μαθητής έχει μέσο όρο βαθμολογίας σε έξι διαγωνίσματα 15. Στα δύο διαγωνίσματα πήρε τον ίδιο βαθμό και στα άλλα πήρε 19, 18, 11 και 16. Να βρείτε το βαθμό του στα δύο διαγωνίσματα.
9. Το πιο κάτω διάγραμμα παρουσιάζει πόσα ευρώ ξόδεψαν οι μαθητές μιας τάξης στην τελευταία εκδρομή τους που έγινε τον Μάιο. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή του ποσού (ευρώ) που ξόδεψαν οι μαθητές.



10. Η μέση τιμή των βαθμών 11 μαθητών σε ένα διαγώνισμα στα Μαθηματικά είναι 15. Οι βαθμοί είναι οι:  
12, 20, α, 15, 14, 19, β, 12, 17, 16, 13.  
α) Να υπολογίσετε τα α και β αν το α είναι κατά 3 μεγαλύτερο από το β.  
β) Να βρείτε: την επικρατούσα τιμή και τη διάμεσο.

11. Η μέση τιμή έξι αριθμών είναι 10. Οι τρεις από τους αριθμούς αυτούς είναι το 1, το 3 και το 6. Από τους υπόλοιπους τρεις, ο δεύτερος είναι τριπλάσιος από τον πρώτο και τρίτος διπλάσιος από το δεύτερο.
- Να βρεθούν όλοι οι αριθμοί.
  - Να βρεθεί η διάμεσος των αριθμών αυτών.
12. Ρίχνουμε δύο ζάρια. Αφού καταγραφεί ο δειγματικός χώρος, να υπολογίσετε την πιθανότητα:
- A: το άθροισμα των δύο ενδείξεων να είναι μεγαλύτερο του 9.
  - B: η ένδειξη και στα δύο ζάρια να είναι 7.
  - Γ: το γινόμενο των δύο ενδείξεων να είναι περιττός αριθμός.
  - Δ: η μια τουλάχιστον ένδειξη να είναι 2.
  - E: τα ζάρια να μην έχουν ίδιες ενδείξεις.
13. Ρίχνω τρία νομίσματα στον αέρα.
- Να καταγράψετε το δειγματικό χώρο.
  - Ποια είναι η πιθανότητα να πάρουμε μια ένδειξη κεφαλή.
  - Ποια η πιθανότητα να πάρουμε το πολύ δύο ενδείξεις κεφαλή.
14. Μια οικογένεια έχει τρία παιδιά. Να βρείτε:
- το δειγματικό χώρο,
  - την πιθανότητα του ενδεχομένου A: «Η οικογένεια έχει δύο αγόρια»
  - την πιθανότητα του ενδεχομένου B: «Το μεσαίο παιδί είναι κορίτσι»
15. Το Γυμνάσιο Ακακίου θα εκπροσωπηθεί σε διαγωνισμό Μαθηματικών από ένα αγόρι και ένα κορίτσι. Το αγόρι θα επιλεγεί μεταξύ του Μιχάλη, του Λεωνίδα και του Ευγένιου. Το κορίτσι θα επιλεγεί μεταξύ της Ευτυχίας, της Ελένης, της Κυριακής και της Μαρίας.
- Να καταγράψετε το δειγματικό χώρο της σύνθεσης της ομάδας Μαθηματικών.
  - Να βρείτε το πλήθος των τρόπων σύνθεσης της ομάδας Μαθηματικών.
  - Ποια η πιθανότητα τα δύο παιδιά που θα εκπροσωπήσουν το Γυμνάσιο Ακακίου να έχουν το ίδιο αρχικό γράμμα ονόματος;
  - Ποια η πιθανότητα το αρχικό γράμμα του ονόματος, τουλάχιστον ενός από τα δύο παιδιά που θα εκπροσωπήσουν το Γυμνάσιο Ακακίου, να είναι το E;